Click to verify

Bissetriz é a semirreta interna de um ângulo traçada a partir do vértice deste, dividindo-o em dois ângulos congruentes. As bissetrizes de um triângulo se encontram em um ponto conhecido como incentro, que é o centro da circunferência inscrita nesse polígono.Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) A partir da bissetriz foram elaborados dois teoremas importantes: o do ângulo interno e o do ângulo externo, desenvolvidos em triângulos que utilizam a proporção para relacionar os lados desse polígono. No plano cartesiano, é possível traçar a bissetriz nos quadrantes ímpares e nos pares. Leia também: Pontos notáveis de um triângulo Tópicos deste artigoResumo sobre bissetriz A bissetriz é uma semirreta que divide um ângulo em dois ângulos congruentes. Podemos traçar as bissetrizes de ângulos internos de triângulos. A partir da bissetriz de um ângulo do triângulo foi desenvolvido o teorema do ângulo interno. Existem duas bissetrizes no plano cartesiano, a dos quadrantes pares e a dos quadrantes ímpares. O que é bissetriz? Dado um ângulo AOB, chamamos de bissetriz a semirreta OC, que parte do ponto O e divide o ângulo AOB em dois ângulos congruentes. α = β Na imagem, a semirreta OC é a bissetriz do ângulo AOB. Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) Como encontrar a bissetriz? Para encontrar a bissetriz, são utilizados como instrumentos uma régua e um compasso e são seguidos os passos a seguir: 1º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso sob o vértice O e é feito um arco sobre as semirretas OA e OB. 2º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto de intersecção do arco com a semirreta OA e é feito um arco com o compasso virado para a parte interna do ângulo. 3º passo: No ponto de intersecção do arco com a semirreta OB coloca-se a ponta seca do compasso e repete-se o processo anterior. 4º passo: Por fim, ao traçar uma semirreta do vértice do ângulo que passa pelos pontos de intersecção entre os arcos, a bissetriz do ângulo é encontrada. Leia também: Baricentro — um dos pontos notáveis de um triângulo Bissetriz de um triângulo Quando são traçadas as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo, podemos encontrar seu ponto notável, conhecido como incentro, que é o ponto de encontro das bissetrizes e também o centro da circunferência inscrita no polígono. O incentro é o encontro das bissetrizes do triângulo Teorema da bissetriz interna São formados segmentos proporcionais aos lados adjacentes de um triângulo quando traçamos a bissetriz de um de seus ângulos internos. Exemplo: Dado o triângulo a seguir, encontre o comprimento do lado AC. Resolução: Aplicando o teorema da bissetriz interna, calcula-se: Teorema da bissetriz externa Quando a bissetriz de um dos ângulos externos de um triângulo é traçada, o prolongamento do lado oposto ao ângulo externo forma segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Exemplo: Encontre o valor de x. Aplicando o teorema da bissetriz externa, temos que: Bissetriz dos quadrantes do plano cartesiano É possível traçar a bissetriz no plano cartesiano. Existem duas possibilidades: a bissetriz que passa pelos quadrantes pares e a que passa pelos quadrantes ímpares. A bissetriz dos quadrantes ímpares passa pelos 1º e 3º quadrantes. Quando a bissetriz corta os quadrantes ímpares, a sua equação é y = x. Logo, os pontos pertencentes à bissetriz dos quadrantes pares possuem abcissa e ordenada iguais. O segundo caso se refere a quando a bissetriz passa pelos quadrantes pares, ou seja, pelos 2º e 4º quadrantes. Quando isso ocorre, a equação da reta será y = – x. Logo, os pontos possuem abcissa e ordenada como números simétricos. Leia também: Teorema fundamental da semelhança — a relação entre uma reta paralela e o lado de um triângulo Exercícios resolvidos sobre bissetriz Questão 1 Na imagem a seguir, sabendo que OC é a bissetriz do ângulo AOB, podemos afirmar que a medida do ângulo AOB é igual a A) 15° B) 30° C) 35° D) 60° E) 70º Resolução: Alternativa E Como OC é bissetriz, temos o seguinte: 3x – 10 = 2x + 5 3x – 2x = 10 + 5 x = 15° Sabe-se que x = 15 e que o valor da metade do ângulo AOB é igual a 2x + 5. Substituindo x por 15, obtém-se: 2 · 15 + 5 30 + 5 35° A metade do ângulo AOB é de 35°. Logo, o ângulo AOB é igual ao dobro de 35°, ou seja, AOC = 35 · 2 = 70°. Questão 2 Em um triângulo foram traçadas as suas três bissetrizes internas. Após traçá-las, foi possível perceber que elas se encontram em um ponto. O ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo é conhecido como A) baricentro. B) incentro. C) circuncentro. D) ortocentro. Resolução: Alternativa B Quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas, o ponto de encontro delas é conhecido como incentro. Por Raul Rodrigues de Oliveira Professor de Matemática Definimos bissetriz como a semirreta que parte do vértice do ângulo e o divide em dois ângulos de mesma medida. Dentre as diversas construções geométricas que temos, esse conceito se torna importante por ser uma das bases para encontrar outras importantes construções. O conceito de bissetriz é emprestado da geometria e será importante no estudo de funções inversas, como a relação existente entre as funções exponenciais e as logarítmicas. Construção da bissetriz de um ângulo Faremos, a seguir, o passo a passo da construção de uma bissetriz. Primeiro, trace um ângulo de vértice O. Para isso, desenhe duas semirretas que irão se unir em um único ponto, o ponto O. Faça um traço de circunferência sobre as semirretas, com um compasso, colocando a ponta seca no vértice O do ângulo e fazendo um traço de circunferência sobre as semirretas. O compasso pode ter uma abertura qualquer. Os pontos em que o traço de circunferência cruza as duas semirretas serão chamados de A e B, como mostra a figura abaixo. Após isso, com essa mesma abertura, coloque a ponta seca do compasso no ponto A e faça o segundo traço de circunferência. Repita o processo, mas agora com a ponta seca no ponto B. O ponto de intersecção dos dois novos traços de circunferência será o ponto C. Por fim, ligue o ponto O ao ponto C. Finalmente, terá a semirreta OC que é a bissetriz desse ângulo. Bissetriz de um triângulo Primeiro, vamos definir o que são ângulos congruentes. Dizemos que dois ângulos são congruentes quando têm a mesma medida. Observe o triângulo ABC, com o ponto S pertencente ao lado BC. O seguimento AS divide o ângulo Â em dois ângulos congruentes, ou seja, BÂS = CÂS O seguimento AS é uma bissetriz do triangulo ABC. Por definição, teremos: bissetriz de um triângulo é o seguimento que tem uma extremidade em um vértice do triângulo, divide o ângulo ao meio e tem a outra extremidade no lado oposto a esse vértice. Em todo triângulo, as três bissetrizes cruzam-se em um mesmo ponto, chamado incentro do triângulo. A distância desse ponto é igual com relação aos lados desse triângulo. Além disso, se desenharmos uma circunferência inscrita nesse triângulo, o seu centro seria exatamente no ponto de incentro. Outra importante informação é que, em um triângulo isósceles, a altura relativa à base é também mediana e bissetriz. No triângulo equilátero, toda altura é também mediana e bissetriz. Bissetriz dos quadrantes do plano cartesiano No plano cartesiano, sabemos que os eixos X e Y formam entre si ângulos retos, pois são retas perpendiculares. Para traçar a bissetriz desses quadrantes, devemos imaginar uma reta que corte exatamente esse ângulo de 90° em dois ângulos congruentes, cada um com 45°. A função f(x) = x é conhecida como função identidade, caso particular da função linear. O gráfico da função identidade f(x) = x é a bissetriz dos 1º e 3º quadrantes. Por outro lado, a equação da reta bissetriz dos quadrantes pares será f(x) = – x. Se o ponto P(x, y) pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares, as coordenadas de P são iguais, ou seja, x=y. Assim, P tem coordenadas tais que P(a, a), com a ∈ R. Por outro lado, se o ponto P(x, y) pertence à bissetriz dos quadrantes pares, as coordenadas de P são simétricas, ou seja, x= -y. Assim, P tem coordenadas tais que P(a, -a), com a ∈ R. Teorema da bissetriz interna Desenhe o triangulo ABC, sendo o vértice A oposto ao seguimento BC. Trace a bissetriz do ângulo BÂC. O ponto em que a bissetriz encontra o seguimento BC será chamado de E. Essa bissetriz formou dois ângulos α. Os seguimentos opostos aos ângulos são proporcionais aos seguimentos adjacentes. Teremos, então: Como mostra a figura abaixo: Teorema da bissetriz externa Em um triângulo ABC, faça o prolongamento dos seguimentos BA e BC. Agora, observe o ângulo externo ao vértice A e trace a sua bissetriz externa. Em um momento, essa bissetriz irá encontrar o prolongamento do seguimento BC. Com isso, podemos observar na figura que os seguimentos x e y são proporcionais aos lados adjacentes b e c. Teremos, então: X/C = V/b. Exercícios Resolvidos 1) Determine quais são as coordenadas genéricas (em função de a, por exemplo) dos pontos pertencentes à bissetriz dos quadrantes: a) Ímpares (1º e 3º) b) Pares (2º e 4º) Respostas: a) P(a,a) b) P(a, -a) 2) Dado o triângulo abaixo, encontre a medida AC. Resposta: Pelo teorema, faremos: 12/6 = AC/9 6.AC = 108 AC = 108/6 AC = 18 cm Bissetriz é a semirreta interna de um ângulo traçada a partir do vértice deste, dividindo-o em dois ângulos congruentes. As bissetrizes de um triângulo se encontram em um ponto conhecido como incentro, que é o centro da circunferência inscrita nesse polígono.Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) A partir da bissetriz foram elaborados dois teoremas importantes: o do ângulo interno e o do ângulo externo, desenvolvidos em triângulos que utilizam a proporção para relacionar os lados desse polígono. No plano cartesiano, é possível traçar a bissetriz nos quadrantes ímpares e nos pares. Leia também: Pontos notáveis de um triângulo Tópicos deste artigoResumo sobre bissetriz A bissetriz é uma semirreta que divide um ângulo em dois ângulos congruentes. Podemos traçar as bissetrizes de ângulos internos de triângulos. A partir da bissetriz de um ângulo do triângulo foi desenvolvido o teorema do ângulo interno. Existem duas bissetrizes no plano cartesiano, a dos quadrantes pares e a dos quadrantes ímpares. O que é bissetriz? Dado um ângulo AOB, chamamos de bissetriz a semirreta OC, que parte do ponto O e divide o ângulo AOB em dois ângulos congruentes. α = β Na imagem, a semirreta OC é a bissetriz do ângulo AOB. Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) Como encontrar a bissetriz? Para encontrar a bissetriz, são utilizados como instrumentos uma régua e um compasso e são seguidos os passos a seguir: 1º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso sob o vértice O e é feito um arco sobre as semirretas OA e OB. 2º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto de intersecção do arco com a semirreta OA e é feito um arco com o compasso virado para a parte interna do ângulo. 3º passo: No ponto de intersecção do arco com a semirreta OB coloca-se a ponta seca do compasso e repete-se o processo anterior. 4º passo: Por fim, ao traçar uma semirreta do vértice do ângulo que passa pelos pontos de intersecção entre os arcos, a bissetriz do ângulo é encontrada. Leia também: Baricentro — um dos pontos notáveis de um triângulo Bissetriz de um triângulo Quando são traçadas as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo, podemos encontrar seu ponto notável, conhecido como incentro, que é o ponto de encontro das bissetrizes e também o centro da circunferência inscrita no polígono. O incentro é o encontro das bissetrizes do triângulo Teorema da bissetriz interna São formados segmentos proporcionais aos lados adjacentes de um triângulo quando traçamos a bissetriz de um de seus ângulos internos. Exemplo: Dado o triângulo a seguir, encontre o comprimento do lado AC. Resolução: Aplicando o teorema da bissetriz interna, calcula-se: Teorema da bissetriz externa Quando a bissetriz de um dos ângulos externos de um triângulo é traçada, o prolongamento do lado oposto ao ângulo externo forma segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Exemplo: Encontre o valor de x. Aplicando o teorema da bissetriz externa, temos que: Bissetriz dos quadrantes do plano cartesiano É possível traçar a bissetriz no plano cartesiano. Existem duas possibilidades: a bissetriz que passa pelos quadrantes pares e a que passa pelos quadrantes ímpares. A bissetriz dos quadrantes ímpares passa pelos 1º e 3º quadrantes. Quando a bissetriz corta os quadrantes ímpares, a sua equação é y = x. Logo, os pontos pertencentes à bissetriz dos quadrantes pares possuem abcissa e ordenada iguais. O segundo caso se refere a quando a bissetriz passa pelos quadrantes pares, ou seja, pelos 2º e 4º quadrantes. Quando isso ocorre, a equação da reta será y = – x. Logo, os pontos possuem abcissa e ordenada como números simétricos. Leia também: Teorema fundamental da semelhança — a relação entre uma reta paralela e o lado de um triângulo Exercícios resolvidos sobre bissetriz Questão 1 Na imagem a seguir, sabendo que OC é a bissetriz do ângulo AOB, podemos afirmar que a medida do ângulo AOB é igual a A) 15° B) 30° C) 35° D) 60° E) 70º Resolução: Alternativa E Como OC é bissetriz, temos o seguinte: 3x – 10 = 2x + 5 3x – 2x = 10 + 5 x = 15° Sabe-se que x = 15 e que o valor da metade do ângulo AOB é igual a 2x + 5. Substituindo x por 15, obtém-se: 2 · 15 + 5 30 + 5 35° A metade do ângulo AOB é de 35°. Logo, o ângulo AOB é igual ao dobro de 35°, ou seja, AOC = 35 · 2 = 70°. Questão 2 Em um triângulo foram traçadas as suas três bissetrizes internas. Após traçá-las, foi possível perceber que elas se encontram em um ponto. O ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo é conhecido como A) baricentro. B) incentro. C) circuncentro. D) ortocentro. Resolução: Alternativa B Quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas, o ponto de encontro delas é conhecido como incentro. Por Raul Rodrigues de Oliveira Professor de Matemática Bissetriz é a semirreta interna de um ângulo traçada a partir do vértice deste, dividindo-o em dois ângulos congruentes. As bissetrizes de um triângulo se encontram em um ponto conhecido como incentro, que é o centro da circunferência inscrita nesse polígono.Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) A partir da bissetriz foram elaborados dois teoremas importantes: o do ângulo interno e o do ângulo externo, desenvolvidos em triângulos que utilizam a proporção para relacionar os lados desse polígono. No plano cartesiano, é possível traçar a bissetriz nos quadrantes ímpares e nos pares. Leia também: Pontos notáveis de um triângulo Tópicos deste artigoResumo sobre bissetriz A bissetriz é uma semirreta que divide um ângulo em dois ângulos congruentes. Podemos traçar as bissetrizes de ângulos internos de triângulos. A partir da bissetriz de um ângulo do triângulo foi desenvolvido o teorema do ângulo interno. Existem duas bissetrizes no plano cartesiano, a dos quadrantes pares e a dos quadrantes ímpares. O que é bissetriz? Dado um ângulo AOB, chamamos de bissetriz a semirreta OC, que parte do ponto O e divide o ângulo AOB em dois ângulos congruentes. α = β Na imagem, a semirreta OC é a bissetriz do ângulo AOB. Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) Como encontrar a bissetriz? Para encontrar a bissetriz, são utilizados como instrumentos uma régua e um compasso e são seguidos os passos a seguir: 1º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso sob o vértice O e é feito um arco sobre as semirretas OA e OB. 2º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto de intersecção do arco com a semirreta OA e é feito um arco com o compasso virado para a parte interna do ângulo. 3º passo: No ponto de intersecção do arco com a semirreta OB coloca-se a ponta seca do compasso e repete-se o processo anterior. 4º passo: Por fim, ao traçar uma semirreta do vértice do ângulo que passa pelos pontos de intersecção entre os arcos, a bissetriz do ângulo é encontrada. Leia também: Baricentro — um dos pontos notáveis de um triângulo Bissetriz de um triângulo Quando são traçadas as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo, podemos encontrar seu ponto notável, conhecido como incentro, que é o ponto de encontro das bissetrizes e também o centro da circunferência inscrita no polígono. O incentro é o encontro das bissetrizes do triângulo Teorema da bissetriz interna São formados segmentos proporcionais aos lados adjacentes de um triângulo quando traçamos a bissetriz de um de seus ângulos internos. Exemplo: Dado o triângulo a seguir, encontre o comprimento do lado AC. Resolução: Aplicando o teorema da bissetriz interna, calcula-se: Teorema da bissetriz externa Quando a bissetriz de um dos ângulos externos de um triângulo é traçada, o prolongamento do lado oposto ao ângulo externo forma segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Exemplo: Encontre o valor de x. Aplicando o teorema da bissetriz externa, temos que: Bissetriz dos quadrantes do plano cartesiano É possível traçar a bissetriz no plano cartesiano. Existem duas possibilidades: a bissetriz que passa pelos quadrantes pares e a que passa pelos quadrantes ímpares. A bissetriz dos quadrantes ímpares passa pelos 1º e 3º quadrantes. Quando a bissetriz corta os quadrantes ímpares, a sua equação é y = x. Logo, os pontos pertencentes à bissetriz dos quadrantes pares possuem abcissa e ordenada iguais. O segundo caso se refere a quando a bissetriz passa pelos quadrantes pares, ou seja, pelos 2º e 4º quadrantes. Quando isso ocorre, a equação da reta será y = – x. Logo, os pontos possuem abcissa e ordenada como números simétricos. Leia também: Teorema fundamental da semelhança — a relação entre uma reta paralela e o lado de um triângulo Exercícios resolvidos sobre bissetriz Questão 1 Na imagem a seguir, sabendo que OC é a bissetriz do ângulo AOB, podemos afirmar que a medida do ângulo AOB é igual a A) 15° B) 30° C) 35° D) 60° E) 70º Resolução: Alternativa E Como OC é bissetriz, temos o seguinte: 3x – 10 = 2x + 5 3x – 2x = 10 + 5 x = 15° Sabe-se que x = 15 e que o valor da metade do ângulo AOB é igual a 2x + 5. Substituindo x por 15, obtém-se: 2 · 15 + 5 30 + 5 35° A metade do ângulo AOB é de 35°. Logo, o ângulo AOB é igual ao dobro de 35°, ou seja, AOC = 35 · 2 = 70°. Questão 2 Em um triângulo foram traçadas as suas três bissetrizes internas. Após traçá-las, foi possível perceber que elas se encontram em um ponto. O ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo é conhecido como A) baricentro. B) incentro. C) circuncentro. D) ortocentro. Resolução: Alternativa B Quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas, o ponto de encontro delas é conhecido como incentro. Por Raul Rodrigues de Oliveira Professor de Matemática by Roberto M.O que é bissetriz? Como construir a bissetriz de um ângulo?Já vimos, em outro artigo, os conceitos de ângulo e sua medida. Aprendemos também a conhecê-lo, classificando-o e nomeando-o.Agora vamos aprender a traçar a bissetriz de um ângulo. Primeiramente vamos entender o que é bissetriz. Como sabemos, ângulo é a abertura formada por duas semirretas distintas de mesma origem. Se construirmos um ângulo qualquer e depois traçarmos uma semirreta de mesma origem e interior a esse ângulo, veremos que o tal ângulo ficará dividido em duas partes. As medidas dos dois ângulos, formados pela semirreta que construímos no interior do ângulo original com cada lado dele, vão depender da posição em que colocamos a dita semirreta. Haverá uma única posição em que as medidas dos dois ângulos serão iguais. É à semirreta nessa posição que chamamos bissetriz de um ângulo. Podemos então definir bissetriz como: Bissetriz é a semirreta de mesma origem e interior a um determinado ângulo que o divide em dois ângulos congruentes, ou seja, em dois ângulos de medidas iguais. Vamos agora, ver como é o Método Construtivo de uma bissetriz. Necessitaremos de papel, régua, lápis e compasso. 1) Primeiramente, com a régua e o lápis, construímos, no papel, um ângulo qualquer. Partindo de um ponto O, que será o nosso vértice, traçamos uma semirreta OA e depois uma semirreta OB formando uma abertura. 2) Pegamos, agora, o compasso. Com a ponta seca no ponto O, e com uma abertura qualquer, traçamos um arco de circunferência que intersecte os dois lados do ângulo, definindo os pontos C e D. 3) Ainda com o compasso, e com uma abertura um pouco maior do que o arco CD, colocamos a ponta seca no ponto C e traçamos um arco no interior do ângulo. Com a mesma abertura, colocamos a ponta seca no ponto D e traçamos outro arco de modo que os dois arcos traçados se intersectem. Definimos, assim, o ponto E. 4) Pegamos, então, o lápis e a régua e traçamos uma semi-reta com início em O e que passe pelo ponto E. 5) A esta semi-reta OE, que divide o ângulo AÔB em duas partes iguais, ou seja, em dois ângulos congruentes (mesma medida), chamamos bissetriz. 6) Essa construção é válida tanto para ângulos agudos como para ângulos obtusos. Bissetriz é a semirreta interna de um ângulo traçada a partir do vértice deste, dividindo-o em dois ângulos congruentes. As bissetrizes de um triângulo se encontram em um ponto conhecido como incentro, que é o centro da circunferência inscrita nesse polígono.Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) A partir da bissetriz foram elaborados dois teoremas importantes: o do ângulo interno e o do ângulo externo, desenvolvidos em triângulos que utilizam a proporção para relacionar os lados desse polígono. No plano cartesiano, é possível traçar a bissetriz nos quadrantes ímpares e nos pares. Leia também: Pontos notáveis de um triângulo Tópicos deste artigoResumo sobre bissetriz A bissetriz é uma semirreta que divide um ângulo em dois ângulos congruentes. Podemos traçar as bissetrizes de ângulos internos de triângulos. A partir da bissetriz de um ângulo do triângulo foi desenvolvido o teorema do ângulo interno. Existem duas bissetrizes no plano cartesiano, a dos quadrantes pares e a dos quadrantes ímpares. O que é bissetriz? Dado um ângulo AOB, chamamos de bissetriz a semirreta OC, que parte do ponto O e divide o ângulo AOB em dois ângulos congruentes. α = β Na imagem, a semirreta OC é a bissetriz do ângulo AOB. Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) Como encontrar a bissetriz? Para encontrar a bissetriz, são utilizados como instrumentos uma régua e um compasso e são seguidos os passos a seguir: 1º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso sob o vértice O e é feito um arco sobre as semirretas OA e OB. 2º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto de intersecção do arco com a semirreta OA e é feito um arco com o compasso virado para a parte interna do ângulo. 3º passo: No ponto de intersecção do arco com a semirreta OB coloca-se a ponta seca do compasso e repete-se o processo anterior. 4º passo: Por fim, ao traçar uma semirreta do vértice do ângulo que passa pelos pontos de intersecção entre os arcos, a bissetriz do ângulo é encontrada. Leia também: Baricentro — um dos pontos notáveis de um triângulo Bissetriz de um triângulo Quando são traçadas as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo, podemos encontrar seu ponto notável, conhecido como incentro, que é o ponto de encontro das bissetrizes e também o centro da circunferência inscrita no polígono. O incentro é o encontro das bissetrizes do triângulo Teorema da bissetriz interna São formados segmentos proporcionais aos lados adjacentes de um triângulo quando traçamos a bissetriz de um de seus ângulos internos. Exemplo: Dado o triângulo a seguir, encontre o comprimento do lado AC. Resolução: Aplicando o teorema da bissetriz interna, calcula-se: Teorema da bissetriz externa Quando a bissetriz de um dos ângulos externos de um triângulo é traçada, o prolongamento do lado oposto ao ângulo externo forma segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Exemplo: Encontre o valor de x. Aplicando o teorema da bissetriz externa, temos que: Bissetriz dos quadrantes do plano cartesiano É possível traçar a bissetriz no plano cartesiano. Existem duas possibilidades: a bissetriz que passa pelos quadrantes pares e a que passa pelos quadrantes ímpares. A bissetriz dos quadrantes ímpares passa pelos 1º e 3º quadrantes. Quando a bissetriz corta os quadrantes ímpares, a sua equação é y = x. Logo, os pontos pertencentes à bissetriz dos quadrantes pares possuem abcissa e ordenada iguais. O segundo caso se refere a quando a bissetriz passa pelos quadrantes pares, ou seja, pelos 2º e 4º quadrantes. Quando isso ocorre, a equação da reta será y = – x. Logo, os pontos possuem abcissa e ordenada como números simétricos. Leia também: Teorema fundamental da semelhança — a relação entre uma reta paralela e o lado de um triângulo Exercícios resolvidos sobre bissetriz Questão 1 Na imagem a seguir, sabendo que OC é a bissetriz do ângulo AOB, podemos afirmar que a medida do ângulo AOB é igual a A) 15° B) 30° C) 35° D) 60° E) 70º Resolução: Alternativa E Como OC é bissetriz, temos o seguinte: 3x – 10 = 2x + 5 3x – 2x = 10 + 5 x = 15° Sabe-se que x = 15 e que o valor da metade do ângulo AOB é igual a 2x + 5. Substituindo x por 15, obtém-se: 2 · 15 + 5 30 + 5 35° A metade do ângulo AOB é de 35°. Logo, o ângulo AOB é igual ao dobro de 35°, ou seja, AOC = 35 · 2 = 70°. Questão 2 Em um triângulo foram traçadas as suas três bissetrizes internas. Após traçá-las, foi possível perceber que elas se encontram em um ponto. O ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo é conhecido como A) baricentro. B) incentro. C) circuncentro. D) ortocentro. Resolução: Alternativa B Quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas, o ponto de encontro delas é conhecido como incentro. Por Raul Rodrigues de Oliveira Professor de Matemática Rafael C. Asth Professor de Matemática e Física A bissetriz é uma semirreta interna a um ângulo, traçada a partir do seu vértice, que o divide em dois ângulos congruentes (ângulos com a mesma medida).Na figura abaixo, a bissetriz, indicada por uma reta em vermelho, reparte o ângulo AÔB ao meio.Assim, o ângulo AÔB fica dividido em dois outros ângulos, o AÔC e o BÔC, de mesmas medidas.Por exemplo, se o ângulo AÔB medir 90°, os ângulos AÔC e BÔC passam a medir 45° cada, pois 90/2 = 45.Como encontrar a bissetriz?Se conhecermos o ângulo ao qual a bissetriz será traçada, basta dividi-lo por 2. Caso não conhecermos o valor deste ângulo, a bissetriz pode ser obtida com o auxílio de uma compasso.Para encontrar a bissetriz, basta seguir os seguintes passos utilizando o compasso:abra um pouco o compasso e coloque a sua ponta seca no vértice do ângulo.faça um traço de circunferência sobre as semirretas OA e OB.com o compasso aberto, coloque a ponta seca no ponto de intersecção da semirreta OA e faça um traço de circunferência com o compasso virado para dentro do ângulo.faça o mesmo, agora com a ponta seca no ponto de intersecção da semirreta OB.trace uma semirreta do vértice do ângulo até o ponto de intersecção dos traços que acabou de fazer. A semirreta OC é a bissetriz.Bissetriz dos ângulos de um triânguloOs triângulos possuem ângulos internos e externos. Podemos traçar bissetrizes em cada um destes ângulos. O ponto de encontro das três bissetrizes internas de um triângulo é chamado de incentro.O incentro está a mesma distância dos três lados do triângulo. Além disso, quando uma circunferência está inscrita em um triângulo, este ponto representa o centro da circunferência. Teorema da Bissetriz InternaA bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Na imagem abaixo, a bissetriz do ângulo Â divide o lado a em dois segmentos x e y.A partir do teorema da bissetriz interna, podemos escrever a seguinte proporção, considerando o triângulo ABC da imagem:ExemploEncontre o valor de x indicado no triângulo da figura abaixo, sabendo que representa a bissetriz do ângulo A.ResoluçãoComo é a bissetriz interna do triângulo, então podemos aplicar o teorema. Sendo assim, temos a seguinte relação:Substituindo os valores do problema, encontramos:Teorema da Bissetriz ExternaOs ângulos externos de um triângulo são os ângulos adjacentes aos ângulos internos. Para encontrar esses ângulos, traçamos um prolongamento do lado adjacente.Quando a bissetriz externa intercepta o prolongamento do lado oposto, formam segmentos proporcionais aos lados adjacentes, conforme figura abaixo:Considerando o triângulo ABC da figura, conforme o teorema da bissetriz externa, podemos escrever a seguinte proporção:Sendo,x = a + yExemploNo triângulo representado na figura abaixo, encontre o valor de x, considerando que a reta AD é uma bissetriz externa deste triângulo.ResoluçãoSendo a reta AD uma bissetriz externa, podemos aplicar o teorema da bissetriz externa para encontrar o valor de x. Teremos então a seguinte proporção:Exercícios sobre bissetrizExercício 1(Fuvest) Um triângulo ABC tem lados de comprimentos AB = 5, BC = 4 e AC = 2. Sejam M e N os pontos de AB tais que CM é a bissetriz relativa ao ângulo ACB e CN é a altura relativa ao lado AB. Determinar o comprimento de MN. Ver Resposta A figura abaixo representa a situação proposta no problema: Considerando o teorema da bissetriz interna, podemos encontrar a medida de AM através da seguinte proporção: Agora que conhecemos a medida de AM, vamos descobrir a medida de AN. Para isso, utilizaremos o teorema de Pitágoras, visto que a altura divide o triângulo em dois triângulos retângulos. Desta forma, vamos aplicar o teorema de Pitágoras para os triângulos ACN e BCN e resolver o sistema: Podemos encontrar o valor da medida de MN, fazendo: O comprimento de MN é igual a 11/30. Exercício 2(PUC-RJ) Considere um triângulo ABC retângulo em A onde AB = 21 e AC = 20. BD é a bissetriz do ângulo ABC. Quanto mede AD?a) 42/5 b) 21/20 c) 20/21 d) 9 e) 8 Ver Resposta Vamos começar representando o triângulo: Como o triângulo é retângulo, podemos encontrar a medida da hipotenusa BC aplicando o teorema de Pitágoras: Agora que conhecemos todos os lados do triângulo, podemos aplicar o teorema da bissetriz interna: Alternativa a: 42/5 Leia também: Ângulos complementaresPara mais exercícios: Professor de Matemática licenciado, pós-graduado em Ensino da Matemática e da Física e Estatística. Atua como professor desde 2006 e cria conteúdos educacionais online desde 2021. ASTH, Rafael. Bissetriz: o que é e como determinar. Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: . Acesso em: Para descobrir a bissetriz de um ângulo, basta utilizar dois instrumentos comuns em cálculos matemáticos: o compasso e a régua. O primeiro passo é colocar a ponta seca do compasso no ponto de origem do ângulo, ou seja, na sua vértice. Consulte Mais informação Você pode gostar Como calcular o valor de uma bissetriz? Precisamos imaginar uma linha que corte este ângulo de 90 em dois ângulos congruentes, cada um com 45. A função de identidade é um caso de uma função linear. O 1º e 3º quadrantes são representados pelo gráfico da função de identidade f(x) x. Como fazer uma bissetriz passo a passo? Desenho TécnicoTraçar bissetriz de um ângulo com régua e compassotrace um arco com centro no vérice do ângulo dado, ponto A, e localize B e C.sem altertar o raio trace um arco com centro em B.sem altertar o raio trace um arco com centro em C para localizar D.com a régua, trace um segmento ligando A e D. Como calcular a medida da bissetriz? Para traçar a bissetriz desses quadrantes, devemos imaginar uma reta que corte exatamente esse ângulo de 90° em dois ângulos congruentes, cada um com 45°. A função f(x) = x é conhecida como função identidade, caso particular da função linear. O gráfico da função identidade f(x) = x é a bissetriz dos 1º e 3º quadrantes. Além disso, qual o ângulo do agachamento? O Agachamento Completo, o Parcial e o a 50º graus Sobre o agachamento parcial (90º) ou o meio agachamento, esse é o ângulo mais prescrito, por se considerá-lo o mais seguro. Contudo, vários estudos fidedignos, como o de Weiss et al. Qual a amplitude correta do agachamento? O que eles afirmam com a pesquisa é que, executar o exercício de agachamento agachamento profundo, ou como eles chamam “Deep Squat”, que é realizado com uma amplitude de flexão do joelho entre 40 e 45 graus, é o mais efetivo e mais seguro para as articulações dos membros inferiores e coluna vertebral. Qual agachamento dá mais resultado? resultados6 melhores agachamentos para glúteosAgachamento simples. Afundo. Agachamento sumo. Agachamento com barra. Agachamento com salto. Jogar bola na parede. Quais das figuras geométricas são quadriláteros retos? Retângulo. O retângulo é um quadrilátero com lados opostos paralelos e de mesma medida. Apresentam os quatro ângulos retos, ou seja, todos os ângulos internos medem 90º. Os quadrados são paralelogramos que possuem lados congruentes e ângulos de 90°. Isso significa que todo quadrado é também losango e retângulo ao mesmo tempo. Além disso, qual é o quadrilátero que possui os quatro ângulos retos? Retângulo possui 4 ângulos retos. Losango possui 4 lados congruentes. Quadrado possui 4 lados congruentes e 4 ângulos retos. Dois ângulos são chamados de complementares quando a soma entre eles é igual a 90° graus (ângulo reto). Você está em Ensino fundamental > Ângulos ▼ Observe a figura abaixo: m (AÔC) = m (CÔB) = 20º Verifique que a semirreta divide o ângulo AÔB em dois ângulos (AÔC e CÔB) congruentes. Nesse caso, a semirreta é denominada bissetriz do ângulo AÔB. Assim: Bissetriz de um ângulo é a semirreta com origem no vértice desse ângulo e que o divide em dois outros ângulos congruentes. Centramos o compasso em O e com uma abertura determinamos os pontos C e D sobre as semirretas , respectivamente. Centramos o compasso em C e D e com uma abertura superior à metade da distância de C a D traçamos arcos que se cruzam em E. Traçamos , determinando assim a bissetriz de AÔB. Como referenciar: "Ângulos" em Só Matemática. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2025. Consultado em 27/05/2025 às 04:16. Disponível na Internet em A bissetriz é uma semirreta interna a um ângulo, traçada a partir do seu vértice, e que o divide em dois ângulos congruentes (ângulos com a mesma medida)....Como encontrar a bissetriz?abra um pouco o compasso e coloque a sua ponta seca no vértice do ângulo.faça um traço de circunferência sobre as semirretas OA e OB. Qual a fórmula da bissetriz? Em um triângulo, a bissetriz de um ângulo externo divide o lado oposto em partes proporcionais aos lados adjacentes. Na figura a seguir, AE é bissetriz do ângulo externo A. O teorema diz que EB EC = AB AC . Como fazer uma bissetriz de um ângulo? sem altertar o raio trace um arco com centro em B. sem altertar o raio trace um arco com centro em C para localizar D. com a régua, trace um segmento ligando A e D. o segmento AD é a bissetriz do ângulo BAC. Quantas bissetriz pode ter em um triângulo? Ao traçarmos as três bissetrizes de um triângulo, elas vão se intersectar em um único ponto, sendo este ponto denominado incentro. Como se calcula a Mediatriz de um triângulo? Como construir a mediatriz?Desenhe um segmento de reta e nas suas extremidades marque o ponto A e o ponto B.Pegue um compasso e faça uma abertura que seja um pouco maior que a metade da medida do segmento.Com essa abertura, coloque a ponta seca do compasso no ponto A e trace um semicírculo. Como calcular o teorema da bissetriz interna? O teorema da bissetriz interna diz que: uma bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos lados adjacentes.Não pare agora... ... Vejamos alguns exemplos de aplicação desse teorema. ... Solução: Utilizando o teorema da bissetriz interna, temos que:Portanto, x = 3,5 cm. Como calcular o teorema da bissetriz externa? Em outros termos, no triângulo ABC da figura acima, seja AD a bissetriz do ângulo externo A. Com as anotações da figura, x / y = c / b. Este é o Teorema da Bissetriz Externa. Como fazer a bissetriz do ângulo de 90 graus? Bissetriz é a metade de um ângulo. Portanto, é só dividir o ângulo em questão (90 graus) por dois. Como calcular a área dos triângulos? A área dos triângulos é sempre calculada com a mesma fórmula, multiplicando a base pela altura e dividindo por dois: Em alguns casos, a altura do triângulo escaleno não é conhecida, mas existe uma fórmula que foi proposta pelo matemático Heron, para calcular a área sabendo a medição dos três lados de um triângulo. Quais são os triângulos? Os triângulos são formas geométricas que sempre despertaram a curiosidade de matemáticos de várias épocas. A investigação desse polígono levou à descoberta de várias propriedades e teoremas, dentre eles, talvez o mais famoso, o teorema de Pitágoras. Qual é a mediana do triângulo? Vértices, lados e ângulos. Mediana é um segmento que divide as bases do triângulo em duas partes iguais. Dessa forma temos que mediana é um segmento de reta com origem em um dos vértices do triângulo e extremidade no ponto médio do lado oposto ao vértice. Observe a figura: A, B e C são os vértices do ΔABC. Qual a altura de um triângulo? Sejam M e N os pontos de AB tais que CM é a bissetriz relativa ao ângulo ACB e CN é a altura relativa ao lado AB. Determinar o comprimento de MN. Agora que conhecemos a medida de AM, vamos descobrir a medida de AN. Para isso, utilizaremos o teorema de Pitágoras, visto que a altura divide o triângulo em dois triângulos retângulos. Rafael C. Asth Professor de Matemática e Física A bissetriz é uma semirreta interna a um ângulo, traçada a partir do seu vértice, que o divide em dois ângulos congruentes (ângulos com a mesma medida).Na figura abaixo, a bissetriz, indicada por uma reta em vermelho, reparte o ângulo AÔB ao meio.Assim, o ângulo AÔB fica dividido em dois outros ângulos, o AÔC e o BÔC, de mesmas medidas.Por exemplo, se o ângulo AÔB medir 90°, os ângulos AÔC e BÔC passam a medir 45° cada, pois 90/2 = 45.Como encontrar a bissetriz?Se conhecermos o ângulo ao qual a bissetriz será traçada, basta dividi-lo por 2. Caso não conhecermos o valor deste ângulo, a bissetriz pode ser obtida com o auxílio de uma compasso.Para encontrar a bissetriz, basta seguir os seguintes passos utilizando o compasso:abra um pouco o compasso e coloque a sua ponta seca no vértice do ângulo.faça um traço de circunferência sobre as semirretas OA e OB.com o compasso aberto, coloque a ponta seca no ponto de intersecção da semirreta OA e faça um traço de circunferência com o compasso virado para dentro do ângulo.faça o mesmo, agora com a ponta seca no ponto de intersecção da semirreta OB.trace uma semirreta do vértice do ângulo até o ponto de intersecção dos traços que acabou de fazer. A semirreta OC é a bissetriz.Bissetriz dos ângulos de um triânguloOs triângulos possuem ângulos internos e externos. Podemos traçar bissetrizes em cada um destes ângulos. O ponto de encontro das três bissetrizes internas de um triângulo é chamado de incentro.O incentro está a mesma distância dos três lados do triângulo. Além disso, quando uma circunferência está inscrita em um triângulo, este ponto representa o centro da circunferência. Teorema da Bissetriz InternaA bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Na imagem abaixo, a bissetriz do ângulo Â divide o lado a em dois segmentos x e y.A partir do teorema da bissetriz interna, podemos escrever a seguinte proporção, considerando o triângulo ABC da imagem:ExemploEncontre o valor de x indicado no triângulo da figura abaixo, sabendo que representa a bissetriz do ângulo A.ResoluçãoComo é a bissetriz interna do triângulo, então podemos aplicar o teorema. Sendo assim, temos a seguinte relação:Substituindo os valores do problema, encontramos:Teorema da Bissetriz ExternaOs ângulos externos de um triângulo são os ângulos adjacentes aos ângulos internos. Para encontrar esses ângulos, traçamos um prolongamento do lado adjacente.Quando a bissetriz externa intercepta o prolongamento do lado oposto, formam segmentos proporcionais aos lados adjacentes, conforme figura abaixo:Considerando o triângulo ABC da figura, conforme o teorema da bissetriz externa, podemos escrever a seguinte proporção:Sendo,x = a + yExemploNo triângulo representado na figura abaixo, encontre o valor de x, considerando que a reta AD é uma bissetriz externa deste triângulo.ResoluçãoSendo a reta AD uma bissetriz externa, podemos aplicar o teorema da bissetriz externa para encontrar o valor de x. Teremos então a seguinte proporção:Exercícios sobre bissetrizExercício 1(Fuvest) Um triângulo ABC tem lados de comprimentos AB = 5, BC = 4 e AC = 2. Sejam M e N os pontos de AB tais que CM é a bissetriz relativa ao ângulo ACB e CN é a altura relativa ao lado AB. Determinar o comprimento de MN. Ver Resposta A figura abaixo representa a situação proposta no problema: Considerando o teorema da bissetriz interna, podemos encontrar a medida de AM através da seguinte proporção: Agora que conhecemos a medida de AM, vamos descobrir a medida de AN. Para isso, utilizaremos o teorema de Pitágoras, visto que a altura divide o triângulo em dois triângulos retângulos. Desta forma, vamos aplicar o teorema de Pitágoras para os triângulos ACN e BCN e resolver o sistema: Podemos encontrar o valor da medida de MN, fazendo: O comprimento de MN é igual a 11/30. Exercício 2(PUC-RJ) Considere um triângulo ABC retângulo em A onde AB = 21 e AC = 20. BD é a bissetriz do ângulo ABC. Quanto mede AD?a) 42/5 b) 21/20 c) 20/21 d) 9 e) 8 Ver Resposta Vamos começar representando o triângulo: Como o triângulo é retângulo, podemos encontrar a medida da hipotenusa BC aplicando o teorema de Pitágoras: Agora que conhecemos todos os lados do triângulo, podemos aplicar o teorema da bissetriz interna: Alternativa a: 42/5 Leia também: Ângulos complementaresPara mais exercícios: Professor de Matemática licenciado, pós-graduado em Ensino da Matemática e da Física e Estatística. Atua como professor desde 2006 e cria conteúdos educacionais online desde 2021. ASTH, Rafael. Bissetriz: o que é e como determinar. Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: . Acesso em: Bissetriz é a semirreta interna de um ângulo traçada a partir do vértice deste, dividindo-o em dois ângulos congruentes. As bissetrizes de um triângulo se encontram em um ponto conhecido como incentro, que é o centro da circunferência inscrita nesse polígono.Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) A partir da bissetriz foram elaborados dois teoremas importantes: o do ângulo interno e o do ângulo externo, desenvolvidos em triângulos que utilizam a proporção para relacionar os lados desse polígono. No plano cartesiano, é possível traçar a bissetriz nos quadrantes ímpares e nos pares. Leia também: Pontos notáveis de um triângulo Tópicos deste artigoResumo sobre bissetriz A bissetriz é uma semirreta que divide um ângulo em dois ângulos congruentes. Podemos traçar as bissetrizes de ângulos internos de triângulos. A partir da bissetriz de um ângulo do triângulo foi desenvolvido o teorema do ângulo interno. Existem duas bissetrizes no plano cartesiano, a dos quadrantes pares e a dos quadrantes ímpares. O que é bissetriz? Dado um ângulo AOB, chamamos de bissetriz a semirreta OC, que parte do ponto O e divide o ângulo AOB em dois ângulos congruentes. α = β Na imagem, a semirreta OC é a bissetriz do ângulo AOB. Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) Como encontrar a bissetriz? Para encontrar a bissetriz, são utilizados como instrumentos uma régua e um compasso e são seguidos os passos a seguir: 1º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso sob o vértice O e é feito um arco sobre as semirretas OA e OB. 2º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto de intersecção do arco com a semirreta OA e é feito um arco com o compasso virado para a parte interna do ângulo. 3º passo: No ponto de intersecção do arco com a semirreta OB coloca-se a ponta seca do compasso e repete-se o processo anterior. 4º passo: Por fim, ao traçar uma semirreta do vértice do ângulo que passa pelos pontos de intersecção entre os arcos, a bissetriz do ângulo é encontrada. Leia também: Baricentro — um dos pontos notáveis de um triângulo Bissetriz de um triângulo Quando são traçadas as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo, podemos encontrar seu ponto notável, conhecido como incentro, que é o ponto de encontro das bissetrizes e também o centro da circunferência inscrita no polígono. O incentro é o encontro das bissetrizes do triângulo Teorema da bissetriz interna São formados segmentos proporcionais aos lados adjacentes de um triângulo quando traçamos a bissetriz de um de seus ângulos internos. Exemplo: Dado o triângulo a seguir, encontre o comprimento do lado AC. Resolução: Aplicando o teorema da bissetriz interna, calcula-se: Teorema da bissetriz externa Quando a bissetriz de um dos ângulos externos de um triângulo é traçada, o prolongamento do lado oposto ao ângulo externo forma segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Exemplo: Encontre o valor de x. Aplicando o teorema da bissetriz externa, temos que: Bissetriz dos quadrantes do plano cartesiano É possível traçar a bissetriz no plano cartesiano. Existem duas possibilidades: a bissetriz que passa pelos quadrantes pares e a que passa pelos quadrantes ímpares. A bissetriz dos quadrantes ímpares passa pelos 1º e 3º quadrantes. Quando a bissetriz corta os quadrantes ímpares, a sua equação é y = x. Logo, os pontos pertencentes à bissetriz dos quadrantes pares possuem abcissa e ordenada iguais. O segundo caso se refere a quando a bissetriz passa pelos quadrantes pares, ou seja, pelos 2º e 4º quadrantes. Quando isso ocorre, a equação da reta será y = – x. Logo, os pontos possuem abcissa e ordenada como números simétricos. Leia também: Teorema fundamental da semelhança — a relação entre uma reta paralela e o lado de um triângulo Exercícios resolvidos sobre bissetriz Questão 1 Na imagem a seguir, sabendo que OC é a bissetriz do ângulo AOB, podemos afirmar que a medida do ângulo AOB é igual a A) 15° B) 30° C) 35° D) 60° E) 70º Resolução: Alternativa E Como OC é bissetriz, temos o seguinte: 3x – 10 = 2x + 5 3x – 2x = 10 + 5 x = 15° Sabe-se que x = 15 e que o valor da metade do ângulo AOB é igual a 2x + 5. Substituindo x por 15, obtém-se: 2 · 15 + 5 30 + 5 35° A metade do ângulo AOB é de 35°. Logo, o ângulo AOB é igual ao dobro de 35°, ou seja, AOC = 35 · 2 = 70°. Questão 2 Em um triângulo foram traçadas as suas três bissetrizes internas. Após traçá-las, foi possível perceber que elas se encontram em um ponto. O ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo é conhecido como A) baricentro. B) incentro. C) circuncentro. D) ortocentro. Resolução: Alternativa B Quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas, o ponto de encontro delas é conhecido como incentro. Por Raul Rodrigues de Oliveira Professor de Matemática Bissetriz é a semirreta interna de um ângulo traçada a partir do vértice deste, dividindo-o em dois ângulos congruentes. As bissetrizes de um triângulo se encontram em um ponto conhecido como incentro, que é o centro da circunferência inscrita nesse polígono.Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) A partir da bissetriz foram elaborados dois teoremas importantes: o do ângulo interno e o do ângulo externo, desenvolvidos em triângulos que utilizam a proporção para relacionar os lados desse polígono. No plano cartesiano, é possível traçar a bissetriz nos quadrantes ímpares e nos pares. Leia também: Pontos notáveis de um triângulo Tópicos deste artigoResumo sobre bissetriz A bissetriz é uma semirreta que divide um ângulo em dois ângulos congruentes. Podemos traçar as bissetrizes de ângulos internos de triângulos. A partir da bissetriz de um ângulo do triângulo foi desenvolvido o teorema do ângulo interno. Existem duas bissetrizes no plano cartesiano, a dos quadrantes pares e a dos quadrantes ímpares. O que é bissetriz? Dado um ângulo AOB, chamamos de bissetriz a semirreta OC, que parte do ponto O e divide o ângulo AOB em dois ângulos congruentes. α = β Na imagem, a semirreta OC é a bissetriz do ângulo AOB. Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;) Como encontrar a bissetriz? Para encontrar a bissetriz, são utilizados como instrumentos uma régua e um compasso e são seguidos os passos a seguir: 1º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso sob o vértice O e é feito um arco sobre as semirretas OA e OB. 2º passo: Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto de intersecção do arco com a semirreta OA e é feito um arco com o compasso virado para a parte interna do ângulo. 3º passo: No ponto de intersecção do arco com a semirreta OB coloca-se a ponta seca do compasso e repete-se o processo anterior. 4º passo: Por fim, ao traçar uma semirreta do vértice do ângulo que passa pelos pontos de intersecção entre os arcos, a bissetriz do ângulo é encontrada. Leia também: Baricentro — um dos pontos notáveis de um triângulo Bissetriz de um triângulo Quando são traçadas as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo, podemos encontrar seu ponto notável, conhecido como incentro, que é o ponto de encontro das bissetrizes e também o centro da circunferência inscrita no polígono. O incentro é o encontro das bissetrizes do triângulo Teorema da bissetriz interna São formados segmentos proporcionais aos lados adjacentes de um triângulo quando traçamos a bissetriz de um de seus ângulos internos. Exemplo: Dado o triângulo a seguir, encontre o comprimento do lado AC. Resolução: Aplicando o teorema da bissetriz interna, calcula-se: Teorema da bissetriz externa Quando a bissetriz de um dos ângulos externos de um triângulo é traçada, o prolongamento do lado oposto ao ângulo externo forma segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Exemplo: Encontre o valor de x. Aplicando o teorema da bissetriz externa, temos que: Bissetriz dos quadrantes do plano cartesiano É possível traçar a bissetriz no plano cartesiano. Existem duas possibilidades: a bissetriz que passa pelos quadrantes pares e a que passa pelos quadrantes ímpares. A bissetriz dos quadrantes ímpares passa pelos 1º e 3º quadrantes. Quando a bissetriz corta os quadrantes ímpares, a sua equação é y = x. Logo, os pontos pertencentes à bissetriz dos quadrantes pares possuem abcissa e ordenada iguais. O segundo caso se refere a quando a bissetriz passa pelos quadrantes pares, ou seja, pelos 2º e 4º quadrantes. Quando isso ocorre, a equação da reta será y = – x. Logo, os pontos possuem abcissa e ordenada como números simétricos. Leia também: Teorema fundamental da semelhança — a relação entre uma reta paralela e o lado de um triângulo Exercícios resolvidos sobre bissetriz Questão 1 Na imagem a seguir, sabendo que OC é a bissetriz do ângulo AOB, podemos afirmar que a medida do ângulo AOB é igual a A) 15° B) 30° C) 35° D) 60° E) 70º Resolução: Alternativa E Como OC é bissetriz, temos o seguinte: 3x – 10 = 2x + 5 3x – 2x = 10 + 5 x = 15° Sabe-se que x = 15 e que o valor da metade do ângulo AOB é igual a 2x + 5. Substituindo x por 15, obtém-se: 2 · 15 + 5 30 + 5 35° A metade do ângulo AOB é de 35°. Logo, o ângulo AOB é igual ao dobro de 35°, ou seja, AOC = 35 · 2 = 70°. Questão 2 Em um triângulo foram traçadas as suas três bissetrizes internas. Após traçá-las, foi possível perceber que elas se encontram em um ponto. O ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo é conhecido como A) baricentro. B) incentro. C) circuncentro. D) ortocentro. Resolução: Alternativa B Quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas, o ponto de encontro delas é conhecido como incentro. Por Raul Rodrigues de Oliveira Professor de Matemática